

*La chronique de la mathématique est une perpétuelle leçon d'humilité. L'histoire de ses victoires est celle de ses défaites. Son odysée est un interminable cortège de convictions mises en échec, de démonstrations déçues, de concepts interdits, de conjectures démantelées, d'usurpateurs intronisés, de fraudes légitimées.*

## Une des utopies du 20ème siècle \*

A Georges PAPY

1. **Kolmogoroff**: En 1967, j'ai séjourné trois mois à l'Université de Moscou dans le cadre des accords culturels belgo-soviétiques. J'étais chercheur au F.N.R.S. et rattaché à l'U.L.B. au service de Georges Papy. Il m'avait attiré dès la première candidature par son enseignement et m'avait introduit à la recherche. Je connaissais bien sûr son activité pédagogique et j'étais tout à fait convaincu de son bien fondé (je pense aussi que j'ignorais le contexte international qui avait conduit à cette activité). En Belgique, la polémique était très violente entre ses partisans et ses adversaires. Dans les universités, cette polémique prenait parfois un tour un peu particulier car le bruit fait autour de Papy et de ses projets obligeait en fait ses collègues mathématiciens à se définir par rapport à lui. Ceci impliquait fatalement des oppositions qui n'avaient rien à voir avec l'objet de la réforme. Un mathématicien qui par ailleurs était fort compétent et qui a joué un rôle très positif dans la vie mathématique belge m'a dit en 1966 qu' "en s'occupant de mathématiques élémentaires, Papy a dévalorisé la fonction de professeur d'université " (il y avait évidemment des oppositions plus consistantes. Elles ne sont pas l'objet de ce petit texte. Disons simplement que certains critiquaient les fondements de la réforme. A ma connaissance un seul mathématicien proposait un autre projet : Paul Libois). Aussi j'étais curieux d'avoir des détails sur ce qui se passait en Union Soviétique : l'année précédente, lors du Congrès International des Mathématiciens à Moscou même, j'avais entendu dire que là aussi la polémique existait mais que les oeuvres pédagogiques de Papy y étaient traduites et que ceux qui s'y opposaient les étudiaient. De plus de grands mathématiciens consacraient une partie de leur temps à l'enseignement secondaire sans risquer les sarcasmes de leurs collègues. Ainsi Kolmogoroff et Dynkin avaient la responsabilité d'une école réservée à des élèves

très doués, originaires de régions intellectuellement défavorisées. J'eus la chance de rencontrer Kolmogoroff qui m'accorda une entrevue. Il me dit ceci (que j'écris sous réserve que ma mémoire est ma seule source et que Kolmogoroff étant mort il y a près de quatre ans ne peut plus me démentir):

1. Il n'y a pas de consensus en URSS sur les projets de Papy. Pour ce qui concerne l'enseignement des mathématiques, la discussion est tout à fait libre et n'est pas près d'aboutir à une conclusion.
2. Son opinion était que Papy est un mathématicien sérieux dont il estimait le travail, mais il était en désaccord total avec son projet : l'idée de fonder l'enseignement des mathématiques sur les ensembles et non sur la réalité concrète lui semblait une aberration.
3. De toute façon le gigantisme de l'URSS posait un problème pour toute réforme préparée avec soin. Il m'a expliqué que la Belgique était très petite et que le niveau des professeurs ne variait pas beaucoup d'une extrémité du pays à l'autre. Il en était différemment par exemple entre Moscou et l'Asie centrale.

J'avais la confirmation que les enjeux des discussions autour de la réforme dépassaient ce que le niveau de la polémique en Belgique pouvait laisser penser. Mais Kolmogoroff me parla ensuite de son propre apport à l'enseignement secondaire et me donna une petite brochure (que je ne retrouve plus) qui exposait l'intégrale de Lebesgue à des élèves d'une classe terminale de l'enseignement secondaire. La lecture de cette brochure provoqua en moi des sentiments mélangés. J'étais évidemment ému d'avoir pu rencontrer un des grands mathématiciens de ce siècle. Mais mon souvenir de son texte est qu'il était très clair, très détaillé, ne laissait aucune ombre, mais était en fait une explicitation d'un exposé classique. Je me suis fait la remarque que les travaux pédagogiques de Papy étaient d'une autre nature. Les sujets étant repensés complètement dans l'optique bourbakiste des grandes structures, leurs présentations par Papy portaient en plus chaque fois la marque de son auteur (Cette marque n'était pas seulement une approche vivante et colorée des sujets mais pouvait être aussi une approche originale comme la présentation des nombres réels en tant que nombres binaires illimités introduits par la géométrie affine plane). De réelles trouvailles pédagogiques faisaient partie de cette marque (comme la preuve par les quilles ou les bâtonnets de l'équipotence des bases d'un espace vectoriel). Je savais bien sûr qu'avant de s'impliquer à fond dans la pédagogie de la mathématique, Papy avait écrit des travaux de mathématiques "pures". J'en parle plus loin. Mais après avoir lu le texte de Kolmogoroff je me fis la réflexion, qui à l'époque n'était pas pour moi une évidence, qu'en s'occupant de pédagogie de la mathématique, Papy n'avait pas cessé de faire des mathématiques.

**2. Aujourd'hui:** Ce serait, de ma part, un manque de respect envers Papy que de cacher mon désaccord actuel sur la réforme dont il fut le promoteur : construire l'enseignement de la mathématique à partir des structures les plus pauvres m'apparaît à présent comme une erreur. Pour faire bref, je partage l'opinion de Nicolas Rouche au point 2 de son rapport "Bilan de la réforme et idées pour l'avenir" (Bull. Soc.

Math. de Belgique, série A, tome XXXVI, fasc 2 pp. 133-145, 1984). Mais il est possible de critiquer cette réforme, parce que réforme il y a eu, et qu'elle ne pouvait être construite que par une personnalité exceptionnelle. En 1959, une réforme était à l'ordre du jour. La nécessité en était affirmée dans des commissions internationales, des grands mathématiciens en soutenaient l'idée. Et surtout, dans beaucoup de pays le renforcement du potentiel scientifique, y compris du potentiel mathématique, apparaissait une nécessité politique. Un projet cohérent de réforme de l'enseignement des mathématiques bénéficiait a priori d'une écoute positive. Mais pour qu'une réforme puisse prendre corps, il ne suffit pas qu'on en proclame la nécessité. La réforme, phénomène international, fut appliquée d'abord en Belgique, parce que Papy s'y trouvait. Dans un environnement en partie favorable, il remplissait plusieurs conditions :

1. être un vrai mathématicien. Car les difficultés de type pédagogique dans la présentation d'une situation mathématique sont des difficultés d'ordre mathématique (il a paru important à la Société Mathématique de Belgique, qui a organisé le 9 mars dernier une journée en hommage à Papy et lui dédie un numéro de son Bulletin, de rappeler qu'avant de s'investir dans la pédagogie de la mathématique, il avait fait oeuvre originale de mathématicien "pur". Elle a demandé à cet effet au grand mathématicien Jean Dieudonné d'écrire une note sur les travaux mathématiques de Papy),
2. être familiarisé avec les grandes idées mathématiques de son époque. Cela permet de distinguer au niveau "élémentaire" ce qui est important et ce qui l'est moins,
3. être d'accord pour y investir l'essentiel de son énergie, avoir une grande capacité de travail (et avoir Frédéric Papy pour discipliner cette capacité),
4. être capable d'enseigner à tous les niveaux.

Ces conditions étaient nécessaires pour concevoir et rédiger les MM, et les avoir enseignées à de vrais enfants et à leurs professeurs. Mais tant que la réforme n'était qu'un projet, pour pouvoir enseigner à des professeurs (en dehors des heures de cours, souvent pendant les vacances), il fallait que la plupart de ces professeurs fussent volontaires. De même pour ces collaborateurs dont ce n'est pas l'endroit ici de dresser la liste. D'autres témoignages développeront certainement cet aspect : Papy a suscité l'enthousiasme et avait en fait créé un véritable mouvement (grâce à ce mouvement, et contrairement à ce qui se passa dans d'autres pays, lorsque la réforme fut d'application elle avait été préparée et ne prit personne par surprise. Cette préparation et évidemment le sérieux de Papy ont permis d'éviter, en Belgique, des monstruosité vues ailleurs). Enfin, pour obtenir l'application de la réforme, il était nécessaire de maîtriser les rapports avec le pouvoir politique et tenir compte des (et utiliser les) particularités belges de la puissance des divers réseaux d'enseignement. La mise en pratique de la réforme n'a pas correspondu aux vœux de celui qui l'avait conçue, mais tout ce processus fut un événement historique étonnant dont j'ignore s'il

existe, dans une question d'enseignement, un précédent.. Papy a conçu une révolution et l'a menée à son terme.

La situation de l'enseignement des mathématiques méritait une révolution mais cette révolution n'a pas produit des résultats heureux. Je pense qu'il faut en attribuer la faute à l'idée de départ et non au talent de son auteur. La "bourbakisation" de l'enseignement secondaire est certainement une des utopies du 20ème siècle dont les effets n'ont eu que peu de rapports avec leurs objectifs. Ces expressions sont peut-être sorties naturellement de la plume de l'auteur de ce texte parce que la réforme des "mathématiques modernes" n'est pas la seule utopie de ce siècle dans laquelle il se soit engagé. Croyant que le progrès est possible, il cherche des enseignements de ces échecs. Mais dans aucun des cas il ne regrette son engagement dans ce qui voulait être un apport à l'humanité. Pour ce qui concerne précisément la réforme de Papy, il estime qu'il a été privilégié d'avoir pu vivre ce moment. Il est aussi heureux d'avoir pu fréquenter et de fréquenter toujours la personne hors du commun de son maître d'oeuvre.

Paul VAN PRAAG

*Si l'on veut bien se rappeler la place des suites dans l'introduction des notions infinitésimales de convergence, on ne s'étonnera guère que les structures d'ordre jouent un rôle important comme supports aux concepts infinis.*

*La formation initiale des enseignants doit être maintenue aussi proche que possible des foyers où la science se crée.*